

آزمون آزمایشی ۱ تیر ۱۴۰۳

آزمون اختصاصی ۱

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۳ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

مرحله ۲۲

دفترچه شماره ۱



همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبهرو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس gozine2.ir شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

۱- اگر m بزرگ‌ترین عدد صحیح باشد، که به‌ازای آن معادله $mx^2 - 2(m+6)x - 3 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی منفی است، آنگاه مجموع مربعات این دو ریشه کدام است؟

- (۱) ۷۴ (۲) ۸۵ (۳) ۸۶ (۴) ۹۴

۲- در یک الگوی خطی، مجموع $2n$ جمله اول برابر ۲۴۵ و مجموع $2n$ جمله اول برابر ۵۸۸ است. مجموع n جمله اول این الگو کدام است؟

- (۱) ۴۹ (۲) ۱۶۶/۶ (۳) ۶۴/۶ (۴) ۵۶

۳- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2}{|x-1|-1} \geq 8$ به‌صورت $(-\infty, a] \cup (b, +\infty)$ است. مقدار $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۴ (۳) -۶ (۴) ۴

۴- ریشه‌های معادله $x - \sqrt{4x-5} = 1$ برابر α و β می‌باشند. ریشه‌های کدام معادله زیر برابر $1 + \frac{2}{\alpha}$ و $1 + \frac{2}{\beta}$ است؟

- (۱) $3x^2 + 12x + 11 = 0$ (۲) $3x^2 - 12x + 11 = 0$

- (۳) $3x^2 + 12x - 11 = 0$ (۴) $3x^2 - 12x - 11 = 0$

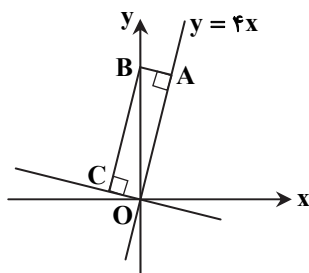
۵- در شکل روبه‌رو مساحت مستطیل $OABC$ برابر ۳۶ است. محیط مستطیل چقدر است؟

- (۱) ۲۴

- (۲) ۲۷

- (۳) ۳۰

- (۴) ۳۳



۶- تابع f خطی و تابع $y = f \circ f(x+2)$ همانی است. مجموعه جواب نامعادله $f(2x) < f^{-1}(x)$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, 2)$ (۲) $(-\infty, 1)$ (۳) $(\frac{1}{3}, +\infty)$ (۴) $(1, +\infty)$

۷- با فرض $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ ، نمودار تابع $y = f \circ f(x)$ ، نمودار وارون خود را در نقاط α و β قطع می‌کند. حاصل $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

۸- اگر $x = \alpha$ جواب معادله $\log_2 x + \log_3 x = 1$ باشد، حاصل $\log_\alpha 2 \times \log_\alpha 3$ برابر کدام است؟

- (۱) $\log_\alpha 5$ (۲) $\log_\alpha 6$ (۳) $2 \log_\alpha 2$ (۴) $2 \log_\alpha 5$

محل انجام محاسبات

۹- نمودار تابع $f(x) = \frac{x+2}{x+a}$ بر وارون خود منطبق است. اگر قرینه نمودار f نسبت به محور y ها را g بنامیم و $g(\sqrt[3]{2}) = \sqrt[3]{n} - \sqrt[3]{m}$ باشد،

مجموع مقادیر طبیعی m و n کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۱۰- اگر θ حاده و $\cos 2\theta = -\frac{3}{5}$ باشد، حاصل $\tan^2(\theta + \frac{3\pi}{4})$ کدام است؟

$\frac{1}{4}$ (۴)

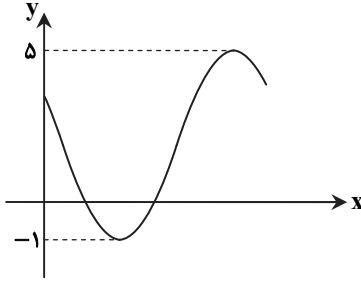
$\frac{1}{9}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۱۱- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a - b \sin(bx + \frac{\pi}{4})$ به صورت مقابل است. تابع $y = [f(x)]$ در کدام نقطه زیر حد دارد ولی پیوسته نیست؟

([] نماد جزء صحیح است.)



$x = \frac{5\pi}{12}$ (۱)

$x = \frac{7\pi}{12}$ (۲)

$x = \frac{2\pi}{3}$ (۳)

$x = \frac{4\pi}{3}$ (۴)

۱۲- مجموع جوابهای معادله مثلثاتی $\sin 2x + \cos 4x = 1$ در بازه $(0, \pi)$ کدام است؟

$\frac{\pi}{2}$ (۴)

$\frac{5\pi}{4}$ (۳)

$\frac{3\pi}{2}$ (۲)

π (۱)

۱۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1 - \sqrt{2x - x^2}}}{x^2 - 1}$ کدام است؟

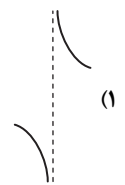
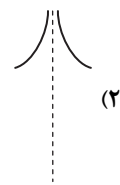
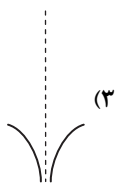
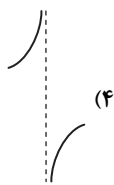
$\frac{1}{2\sqrt{2}}$ (۴)

$-\frac{1}{2\sqrt{2}}$ (۳)

$-\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۲)

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۱)

۱۴- نمودار تابع $f(x) = \frac{2x^2 + x - 12}{x^2 + 2x + a}$ مجانب افقی خود را در نقطه‌ای به طول -2 قطع می‌کند. نمودار تابع f در مجاورت مجانب قائم سمت راست محور y ها چگونه است؟



محل انجام محاسبات

۱۵- تابع f در $x = 2$ پیوسته و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^3(x) - 8}{x^2 - 4} = \frac{3}{2}$ است. اگر $g(x) = x + \sqrt[3]{4x}$ باشد، حاصل مشتق تابع $y = g \circ f(x)$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

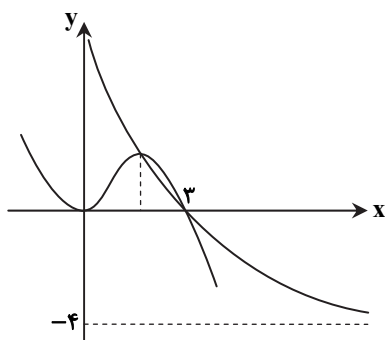
۱۶- تابع $f(x) = x^3 + ax + b$ مفروض است. اگر تابع $g(x) = \begin{cases} f(x) + |x| & x < -2 \\ f'(x) + |x| & x \geq -2 \end{cases}$ در $x = -2$ مشتق پذیر باشد، مقدار $a - b$ کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۸ (۳) ۲۴ (۴) ۲۶

۱۷- مینیمم مطلق تابع غیر ثابت $f(x) = 2\sqrt{ax+2} - \sqrt{2ax+1}$ برابر $f(2)$ است. مقدار a کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۸- در شکل روبه‌رو نمودار تابع درجه سوم f و قسمتی از نمودار تابع هموگرافیک g رسم شده است. مقدار $f'(3)$ چقدر است؟



- (۱) $-\frac{9}{2}$

- (۲) $-\frac{7}{2}$

- (۳) -۳

- (۴) -۴

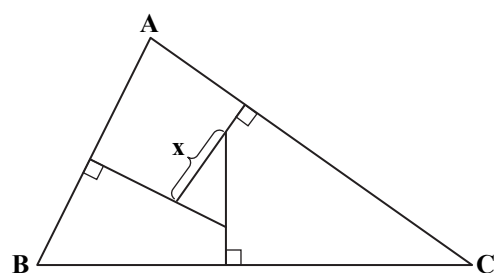
هندسه

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

۱۹- در یک دوزنقه متساوی الساقین، ساق‌ها با قاعده کوچک برابرند و هر قطر بر یک ساق عمود می‌باشد. یکی از زوایای دوزنقه کدام است؟

- (۱) 30° (۲) 45° (۳) 15° (۴) 60°

۲۰- در مثلث ABC شکل مقابل، سه تا چهارضلعی با زوایای روبه‌روی 90° ، داخل مثلث قرار دارند. اگر $x = 3$ و $AC = 6$ باشد، مجموع مساحت این سه تا چهارضلعی، چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



- (۱) $\frac{2}{3}$

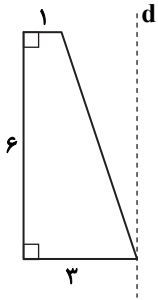
- (۲) $\frac{3}{4}$

- (۳) $\frac{4}{5}$

- (۴) $\frac{5}{6}$

محل انجام محاسبات

۲۱- اگر دوزنقه شکل روبه‌رو را حول خط d که عمود بر قاعده دوزنقه است دوران دهیم، حجم شکل حاصل کدام است؟



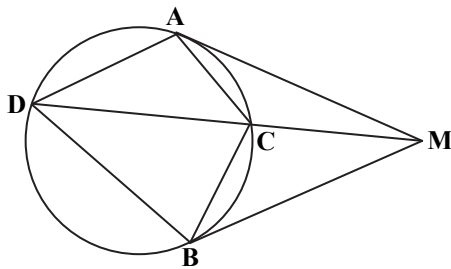
(۱) ۳۶π

(۲) ۴۲π

(۳) ۴۶π

(۴) ۵۴π

۲۲- در شکل روبه‌رو MA و MB بر دایره مماس هستند. اگر $AC = ۳$ ، $BD = ۸$ و $AD = ۴$ باشد، طول BC کدام است؟



(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۸

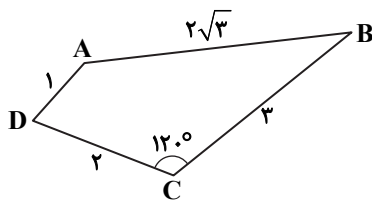
۲۳- در چهارضلعی $ABCD$ روبه‌رو، زاویه A چند برابر زاویه C است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{۳}{۲}$

(۳) $\frac{۵}{۴}$

(۴) $\frac{۹}{۸}$



۲۴- مجموع ریشه‌های معادله $\begin{bmatrix} x & ۲ & ۱ \\ ۱ & -x & ۰ \\ -۱ & ۱ & ۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ ۲ \\ ۱ \end{bmatrix} = ۰$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) -۳

(۳) ۳

(۴) -۲

محل انجام محاسبات

۲۵- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2|A|^2 & |A| \\ |A|^2 & 1 \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ است. که به صورت $AX = B$ نوشته شده است.

ماتریس B کدام باشد تا مجموع جواب‌های این دستگاه برابر ۵ باشد؟ ($|A| \neq 0$)

- (۱) $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 3 \\ 10 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$

۲۶- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای وتر ثابت است. مکان هندسی نقطه وسط میانه وارد بر وتر کدام می‌باشد؟

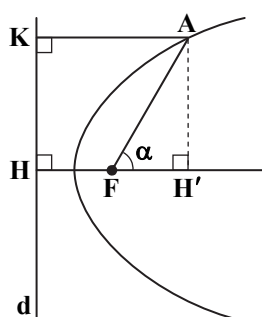
- (۱) دو نیم‌دایره (۲) دو خط (۳) یک نیم‌دایره (۴) یک خط

۲۷- در یک بیضی با خروج از مرکز e و کانون‌های F و F'، نقطه M روی بیضی قرار دارد. اگر بیشترین مقدار $MF - MF'$ برابر x و کمترین

مقدار $MF + MF'$ برابر y باشد، نسبت $\frac{x}{y}$ کدام است؟

- (۱) e (۲) $1 - e$ (۳) e^2 (۴) $1 - e^2$

۲۸- در سهمی شکل روبه‌رو به کانون F و خط هادی d، $\hat{\alpha} = 60^\circ$ و $FH' = 1$ است. مساحت ذوزنقه AFHK کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$

۲۹- a، b و c طول اضلاع مثلث ABC است. حاصل $\overline{BA} \cdot \overline{CA} + \overline{AB} \cdot \overline{CB} + \overline{AC} \cdot \overline{BC}$ کدام است؟

- (۱) $a^2 + b^2 + c^2$ (۲) $\frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$ (۳) $-(a^2 + b^2 + c^2)$ (۴) $-\frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال

جامع مطابق محدوده آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

۳۰- چند عدد سه‌رقمی زوج می‌توان نوشت به طوری که «صدگان < دهگان < یکان» باشد؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۷۰ (۳) ۶۵ (۴) ۷۵

۳۱- برای چهار مجموعه غیر تهی A، B، C و D اگر $A \times B \subseteq C \times D$ باشد، حاصل $[(A \cup C) \cap (A - C')] \cup [(B - D) \cup (B \cap D)]$ کدام است؟

- (۱) $A \cap B$ (۲) $A \cup B$ (۳) $C \cap D$ (۴) $C \cup D$

محل انجام محاسبات

۳۲- با حروف کلمه «creams» یک کلمه ۶ حرفی ساخته ایم. با کدام احتمال دو حرف e و a کنار هم هستند ولی دو حرف r و s کنار هم نیستند؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۳۳- در کیسه‌ای ۳ مهره به شماره‌های ۱ و ۲ و ۳ موجود است. یک مهره از کیسه خارج کرده و به تعداد عدد روی آن تاس می‌ریزیم. اگر همه برآمدها مضرب ۳ باشند، با چه احتمالی مهره شماره ۳ از کیسه خارج شده است؟

- (۱) $\frac{1}{13}$ (۲) $\frac{13}{27}$ (۳) $\frac{1}{27}$ (۴) $\frac{1}{9}$

۳۴- جدول عیدی و پاداش ۳۱ نفر کارمند یک شرکت خصوصی برحسب میلیون تومان مطابق زیر است. اگر بخواهیم میانگین عیدی و پاداش این شرکت را با یک نمونه n تایی برآورد کنیم، مقدار n چقدر باشد تا طول بازه اطمینان ۹۵ درصدی برآورد میانگین برابر $\sqrt{\frac{32}{5}}$ باشد؟

مبلغ عیدی و پاداش	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰ (۱)	۳۰ (۲)
تعداد (نفر)	۴	۱۲	۲	۶	۷	۱۵ (۳)	۲۵ (۴)

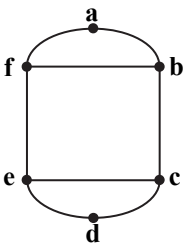
۳۵- اگر $d \neq 1$ عدد یک‌رقمی فرد بوده و داشته باشیم $d = (a^3 - 4a^2 + 5a - 4)$ ، آنگاه باقی‌مانده تقسیم $d^2 - 3d$ بر ۶ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۶- با توجه به معادله سیاله $9x + 25y = 113$ اگر باقی‌مانده تقسیم x بر ۵ برابر r باشد، باقی‌مانده تقسیم 47^{20r+7} بر $2r + 7$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۶

۳۷- گراف شکل روبه‌رو دارای چند ۷- مجموعه است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۸

(۳) ۱۰

(۴) ۹

۳۸- ۱۲ خودکار یکسان را بین سه نفر تقسیم کرده‌ایم. اگر بدانیم به هر نفر حداقل یک خودکار رسیده است، احتمال آن که به هر نفر حداقل ۲ خودکار رسیده باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{24}{55}$ (۲) $\frac{28}{55}$ (۳) $\frac{37}{110}$ (۴) $\frac{21}{110}$

۳۹- داخل یک شهرک ۵ سوپرمارکت وجود دارد. به چند طریق ۴ نفر می‌توانند از این سوپرمارکت‌ها خرید کنند به‌طوری که دقیقاً از دو سوپرمارکت هیچ فردی خرید نکند؟

- (۱) ۱۰۲۴ (۲) ۶۲۵ (۳) ۳۳۶ (۴) ۳۶۰

۴۰- کتابی دارای m صفحه است. حداقل مقدار m چقدر باشد تا به یقین بتوان گفت حداقل ۴ صفحه از این کتاب دارای حرف ابتدا و انتهای یکسانی هستند؟

- (۱) ۴۰۹۷ (۲) ۴۰۹۶ (۳) ۳۰۷۳ (۴) ۳۰۷۲

محل انجام محاسبات